

PRÁCTICA N° 12

Funciones racionales

1. Usando límites determinar la ecuación de las asíntotas verticales y horizontales de :

a)  $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$     b)  $f(x) = \frac{3x+2}{3x+1}$     c)  $f(x) = \frac{2x-1}{4x+1}$     d)  $f(x) = \frac{4-x}{x+3}$

e)  $f(x) = 3 - \frac{1}{x}$     f)  $f(x) = 5 - \frac{1}{2-x}$

2. Use la calculadora gráfica para verificar los resultados de la pregunta N°1 bosquejando las gráficas de las funciones dadas.

3. Bosquejar las siguientes curvas, indicando claramente todos los interceptos, las ecuaciones de las asíntotas y en cada caso, mostrar que no hay puntos estacionarios de:

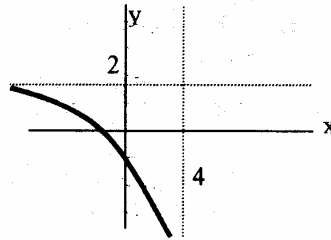
a)  $x \mapsto \frac{3}{2x+1}$     b)  $x \mapsto \frac{x+1}{x+2}$     c)  $x \mapsto \frac{5-x}{2x-1}$     d)  $x \mapsto \frac{1}{x-3} - 2$

e)  $x \mapsto 1 - \frac{2}{2x-3}$

4. La figura muestra parte de un gráfico

cuya ecuación es  $x \mapsto \frac{ax+2}{x+c}$ . Encontrar

los valores de a y c.



5. Dada la función  $f : x \mapsto x+2$  y  $g : x \mapsto \frac{1}{x-1}$  bosquejar las gráficas de:

a)  $f \circ g$     b)  $g \circ f$

6. a) Dada la función  $f(x) = \frac{2-x}{2+x}$

- i) Encontrar las coordenadas de los interceptos con los ejes.
- ii) Determinar las ecuaciones de las asíntotas de f.
- iii) Ahora, bosqueje la gráfica de f.
- iv) Halle el dominio y el rango de la función

b) Encontrar  $f^{-1}$ , la función inversa de f.

c) Deducir la gráfica de  $(f(x))^2$ .

7. Expresar  $\frac{8x-5}{x-3}$  en la forma  $A + \frac{B}{x-3}$ , donde A y B son enteros. Establezca las ecuaciones

de las asíntotas horizontales y verticales de la función  $f(x) = \frac{8x-5}{x-3}$  y grafíquela, dando además su rango.

8. En diferentes juegos de ejes, bosqueje las gráficas de  $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$  y de  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  estableciendo dominio y rango de cada función.

9. Bosquejar las gráficas de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \frac{2x - 3}{x^2 - 3x + 2}$

b)  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 4x + 3}$

c)  $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4}$

10. Para la función:  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 3x + 2}$

- Mostrar que  $f(x) = a + \frac{bx + c}{(x-1)(x-2)}$  y luego encuentre a, b y c.
- Discuta la naturaleza de todas las asíntotas que pertenezcan a  $f(x)$  y el comportamiento de  $f(x)$  cerca de las asíntotas.
- Hallar las coordenadas de un punto estacionario en el gráfico de  $f(x)$ .
- Hallar las coordenadas de cualquier punto de inflexión en el gráfico de  $f(x)$  y discuta su naturaleza.
- Encontrar las coordenadas de los todos los interceptos con los ejes, si es que existen.
- Usando todos los conceptos del a) a e) para bosquejar el gráfico de  $f(x)$ .