Calculando la derivada de la función seno:

Método:

1.- Debe investigarse la derivada de la función ***f(x) = sen x.*** Se sugieren los pasos:

- Represente gráficamente ***f(x) = sen x,*** $-2\pi \le x \le 2\pi$.
- ***Basándose únicamente en la gráfica, describa con detalle el comportamiento de la pendiente en el dominio dado. A partir de esto presente un dibujo aproximado de la gráfica de f´(x). (se espera el uso de cálculo de pendiente trigonométrica en modo gráfico).***
- ***Haga una conjetura sobre la función derivada.***
- ***Use la calculadora para comprobar gráficamente dicha conjetura. Explique el método empleado y sus conclusiones. Haga modificaciones a su(s) conjetura(s) si fuera necesario.***
- ***Verifique numéricamente dicha conjetura, usando la calculadora y explicando el método usado para la verificación. Haga modificaciones a su(s) conjetura(s) si fuera necesario.***

2.- De modo similar al descrito en el paso 1.- investigue la derivada de las funciones de la forma: ***g(x)= asen x***

- ***Considere varios valores distintos para "a".***
- Haga conjeturas para **g ´ (x).**
- **Compruebe la conjetura con otros ejemplos.**
- **Establecer para qué valores de "a", es cierta la conjetura.**

3.- De modo similar a los descritos en 1.- y 2.-, investigue la derivada de las funciones de la forma: ***h(x) = sen bx.***

4.- De modo similar a los descritos en los pasos anteriores, investigue la derivada de las funciones de la forma: ***j(x) = sen (x+c).***

5.- Usando los resultados obtenidos del paso 1.- al 4.- haga conjeturas sobre la derivada de ***k(x) = asen b(x+c).*** Elija un valor para "a", uno para "b" y otro para "c". Para los valores elegidos, verifique sus conjeturas.

6.- Considere ***m(x) = sen² x***. Similarmente a los pasos anteriores, investigue la derivada de ***m(x)***, compruebe además que puede escribirse como ***m´(x)=2sen x cos x.***

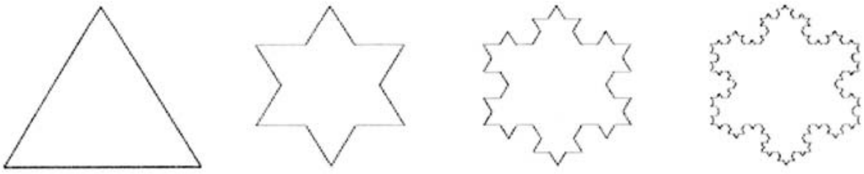
Se recomienda presentar y comentar apropiadamente todos los gráficos.

2 El copo de nieve de Koch

Tarea de tipo I, NM

Descripción

En 1904 Helge von Koch identificó un fractal que parecía responder al modelo de un copo de nieve. El fractal se construye comenzando con un triángulo equilátero; sobre el tercio medio de cada lado se construye otro triángulo equilátero, y se repite el proceso indefinidamente. A continuación se muestra claramente el proceso con el triángulo original en la fase 0 y las figuras que resultan tras una, dos y tres iteraciones.



Fase 0 Fase 1 Fase 2 Fase 3

Método

Sea N_n = número de lados, l_n = longitud de un lado, P_n = longitud del perímetro y A_n = área del copo de nieve, en la fase n-ésima.

1. Tomando la longitud inicial del lado igual a 1, elabore una tabla que muestre los valores de N_n, l_n, P_n y A_n para $n = 0, 1, 2$ y 3. Utilice valores exactos para los cálculos. Explique la relación entre los términos sucesivos de la tabla para cada cantidad N_n, l_n, P_n y A_n.
2. Mediante una calculadora de pantalla gráfica o un paquete de programas adecuado, cree las gráficas de los cuatro conjuntos de valores determinados según el valor de n. Imprima cada gráfica por separado.
3. Para cada una de las gráficas anteriores, elabore un enunciado en función de n que generalice el comportamiento que muestra la gráfica. Explique cómo ha llegado a estas generalizaciones. Verifique si las generalizaciones realizadas son coherentes con los conjuntos de valores obtenidos en la tabla.
4. Investigue lo que sucede para $n = 4$. Utilice las conjeturas elaboradas en el paso 3 para obtener los valores de N_4, l_4, P_4, y A_4. Dibuje ahora un diagrama grande de un "lado" (es decir, un lado que ha sido transformado del triángulo original) del fractal en la fase 4 y verifique claramente sus predicciones.
5. Calcule los valores de N_6, l_6, P_6 y A_6. No es necesario que verifique estos resultados.
6. Escriba los valores sucesivos de A_n en función de A_0. ¿Qué modelo surge?
7. Explique qué le sucede al perímetro y al área cuando n se hace muy grande. ¿Qué conclusión se puede extraer acerca del área cuando $n \longrightarrow \infty$? Comente los resultados obtenidos.